



Trabajo Práctico N° 1 - Repaso de temas del año anterior

Función exponencial

1) Representar gráficamente la función exponencial $f(x) = (2)^x$

Estudiar dominio, imagen, ceros, conjuntos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos.

2) En el mismo sistema de coordenadas cartesianas anterior, representa a mano alzada (sin hacer cálculos), las funciones de ecuaciones:

$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x \quad y = e^x \quad y = 5^x$$

¿Qué tuvo en cuenta para realizarlo de ese modo?

Estudiar dominio, imagen, ceros, conjuntos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos.

¿Qué conclusiones puede dar respecto del estudio de cada una de las funciones?

3) ¿La función definida por la fórmula $f(x) = 10^x$ crece más rápido que la función definida por $f(x) = e^x$? ¿Por qué?

4) Teniendo en cuenta las funciones de los ejercicios 1 y 2, graficar.

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad ; \quad f(x) = e^{-x} \quad ; \quad f(x) = 3.5^x$$
$$f(x) = -(2)^x \quad ; \quad f(x) = -(2)^x - 1$$

Estudiar dominio, imagen, ceros, conjuntos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos.

¿Qué conclusiones puede dar respecto del estudio de cada una de las funciones comparándolos con los realizados en los ejercicios 1 y 2?

5) Unir con flechas los pares de expresiones equivalentes. Justificar enunciando las propiedades aplicadas.

$$2^{2x}$$

$$(2^x)^2$$

$$2^{x+2}$$

$$(2^x)^2 \cdot 4$$

$$2^{x-1}$$

$$2^x \cdot 4$$

$$2^{2x+2}$$

$$2^x \cdot \frac{1}{2}$$



Trabajo Práctico N° 1 - Repaso de temas del año anterior

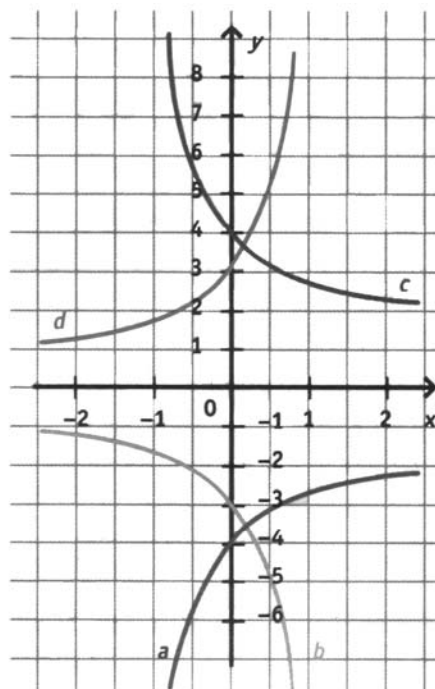
6) Indicar cuál es la fórmula que corresponde a cada gráfico. Justificar

$$f_1(x) = 2.5^x + 1$$

$$f_2(x) = -2.5^x - 1$$

$$f_3(x) = 2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^x + 2$$

$$f_4(x) = -2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^x - 2$$



7) Unir con flechas cada función con su respectivo conjunto imagen.

$$f(x) = -3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$g(x) = 2 \cdot 3^x$$

$$d(x) = 10^x + 2$$

$$h(x) = -0,1^x - 1$$

$$(2; +\infty)$$

$$(-\infty; 0)$$

$$(-\infty; -1)$$

$$(0; +\infty)$$

8) a) Hacer una tabla de valores para las funciones dadas y representar gráficamente las funciones dadas teniendo en cuenta que el dominio de ambas es \mathbb{R}

$$a) f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

$$b) g(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

b) ¿Qué estrategia utilizarías para graficarlas si no hubiera permitido construir las tablas?

c) ¿Cómo demostrarías analíticamente que el gráfico de la función f es simétrico respecto del eje y ?

d) ¿Cómo demostrarías analíticamente que el gráfico de la función g es simétrico respecto del origen de coordenadas?

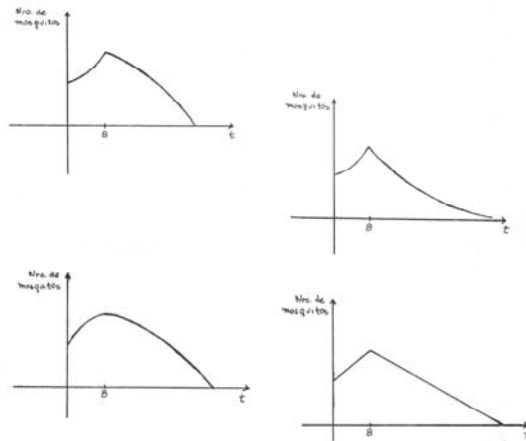
Nota: las funciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ se llaman coseno hiperbólico ($\cosh x$) y seno hiperbólico ($\sinh x$), respectivamente.



Trabajo Práctico N° 1 - Repaso de temas del año anterior

9) En una isla africana, un grupo de investigadores estudia cierta población de una especie de mosquitos con el objetivo de extinguirlos. Al llegar a la isla estiman la existencia de 7.000 mosquitos que se triplican cada 24 horas.

- Hallar la expresión que representa el crecimiento de los mosquitos en función del tiempo.
- Si a los 8 días de llegar a la isla consiguen implementar un sistema de fumigación ¿Cuántos son aproximadamente los mosquitos a extinguir?
- Si a partir de ese momento el sistema de fumigación impide su reproducción y la población existente comienza a decrecer en un 30 % diario, ¿cuánto tiempo transcurrirá hasta que quede solamente un mosquito?
- Seleccionar un gráfico que represente la situación y justificar su elección.



Logaritmo - Función logarítmica

10) Calcular los siguientes logaritmos, cuando sea posible.

- $\log_5 625 =$
- $\log_3 \sqrt{3} =$
- $\log_2 (-4) =$
- $\log_{\sqrt{2}} 8 =$
- $\log_{10} 0,0001 =$
- $\log_3 \frac{1}{81} =$
- $\log_6 0 =$
- $\log_{11} 11 =$

11) Utilizando propiedades de logaritmos, escribir una expresión equivalente.

- $\log \frac{3 \cdot z \cdot \sqrt[5]{w}}{y}$
- $\log \frac{5 \cdot x^2 \cdot w \cdot \sqrt[4]{z}}{2 \cdot y}$
- $\ln \sqrt{\frac{5 \cdot z^3}{x^2 \cdot y}}$
- $\log_3 \sqrt{\frac{w \cdot (x + y)}{81 \cdot z^2}}$

12) Utilizando propiedades de logaritmos, escribir una expresión equivalente

- $\frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y =$
- $\log (x - y) + \log (x + y) =$
- $\ln y^3 + \frac{1}{3} \ln (x^3 \cdot y^6) - 5 \ln y =$
- $\log x - 4 \log y + \frac{1}{5} (\log w - 2 \log z) =$



Trabajo Práctico N° 1 - Repaso de temas del año anterior

13) Resolver utilizando propiedades (sin usar calculadora):

a) $\log_a \left(\frac{b}{a^2} \right) + \log_a (a^3 b) - \log_a (b^2 a) =$ b) $\log_a \left(\sqrt{\frac{b}{a}} a^3 \right) - \log_a (b a)^{\frac{1}{2}} =$

14) Sabiendo que $\log_5 2 \cong 0,11$, resolver la siguiente operación sin usar calculadora:

$$\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{8} - 3 \cdot \log_{\sqrt{2}} (5 : \sqrt{8}) =$$

15) ¿Cómo se obtiene el logaritmo natural de un número si se conoce su logaritmo decimal?

16) Determina la **alternativa correcta**:

1) Si $\log b = x$, entonces $\log(100 \cdot b) = \dots$

a) $100 + x$ b) $100x$ c) $2x$ d) $2 + x$ e) x^2

2) Si $\log x = y$, entonces $\log \sqrt{x} = \dots$

a) \sqrt{y} b) $\frac{y}{2}$ c) $y^{-\frac{1}{2}}$ d) $2y$ e) y^2

17) ¿Cuáles son las características de la función logarítmica?

18) Representar gráficamente la función exponencial $f(x) = \log_2 x$

Estudiar dominio, imagen, ceros, conjuntos de positividad y negatividad, intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos.

19) Representar en un mismo sistema de coordenadas cartesianas las funciones logarítmicas:

a) $f(x) = \log_3 x$ b) $g(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$

¿Qué puede decir acerca del comportamiento de las funciones en relación a sus bases?

20) Teniendo en cuenta el comportamiento de las funciones logarítmicas, responder:

a) ¿Qué número es mayor: $\log_{0,2} 2$ o $\log_{0,2} 6$?

b) ¿Qué número es mayor: $\log_5 4$ o $\log_5 6$?

Ecuaciones exponencial y logarítmica

23) Resolver las siguientes ecuaciones y comprobar las soluciones obtenidas.

a) $4^x = \frac{1}{4}$ b) $2^{x+1} = 8$ c) $9 \cdot 3^x = 27$ d) $9^{x+1} = 3$

e) $4^x \cdot 2^{x+1} = 1$ f) $27 \cdot 3^{x+2} - \frac{1}{3} = 0$ g) $2^x + 2^x = 4$ h) $\frac{1}{2} \cdot 3^x + 3^x = \frac{3}{2}$



Trabajo Práctico N° 1 - Repaso de temas del año anterior

i) $5^x + 5^{x+1} - \frac{6}{25} = 0$

24) Aplicar la definición de logaritmo de un número para resolver las siguientes ecuaciones y luego verificar las soluciones que obtengan. Indicar dominio de validez

a) $2 \cdot \log_4 x = -4$ b) $\log_{12}(2x - 6) + 3 = 3$ c) $-3 \cdot \log_3 x^3 - 8 = -14$

25) Resolver las siguientes ecuaciones. Tener en cuenta que la notación $\log_b a^2$ significa $(\log_b a)^2$.

a) $4 - \log(x^2 - x + 4) = 3$ b) $\log_2^2 x - 2 \cdot \log_2 x - 8 = 0$ c) $\log_3(x^2 - 4) + 2^{-2} = 4^{-1}$

26) Determinar el valor de x y verificar las soluciones (o bien tenga en cuenta el dominio de validez) de las siguientes ecuaciones:

a) $\log(-x + 5) - \log(x - 2) = \log 2$ b) $\log x + \log(x - 6) - \log 7 = 0$

c) $\log(2x + 4) + \log(2x - 1) = \log x + \log(x + 2)$

27) Establecer las condiciones de validez, resolver e indicar la/s solución/es de las siguientes ecuaciones.

a) $2^{x^2+4x} = \frac{1}{8}$ b) $\log \sqrt[3]{x^2} + \log \sqrt[3]{x^4} = \log 2^{-3}$

c) $3^{x^2-4x} = \frac{1}{81}$ d) $\log x^2 + \log^2 x = 3$

e) $-\log\left(\frac{x}{x^3 - x + 3}\right) + \log x = \log 3$ f) $5^{x+1} + 25^x = 750$

g) $\log_3(x + 1) + \log_3[9(x + 1)] = 3$

Expresiones algebraicas

28) Reducir a la mínima expresión indicando las condiciones de validez

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 4} - \frac{x + 2}{x^3 - 8} - \frac{2 - x}{x - 2} =$$

29) Resolver la siguiente operación racional, indicando las condiciones de validez.

$$\frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} - \frac{x + 5}{x^2 - 25} + \frac{2x - 6}{2x^2 - 4x - 6} =$$

30) Establecer condiciones de validez, resolver e indicar la/s solución/es de la siguiente ecuación:

$$\frac{5}{(x + 1)^2} + \frac{4}{x + 1} = 1$$