Trabajo Práctico N° 2

Trigonometría – Razones trigonométricas – Resolución de triángulos

1) Hallar el valor de:

sen 18º 20`32” =   cos 53º 30” =

tg 394º 50” =   cos 220º 30´10” =

2) Obtener α ($0º \leq x \leq 180º$), siendo:

a) sen α = 0,53492   b) cos α = 0,06552   c) tg α = 0,64327

d) tg α = - 2,50852   e) cos α = - 0,12724

Por ejemplo si se tiene una expresión como esta

sen 30º 20’= En la calculadora harás lo siguiente: sen | 30 | º ‘ ‘’ | 20 | º ‘ ‘’ | = y leerás en la pantalla 0.505029841

sen 30º 20’’= En la calculadora harás lo siguiente: sen | 30 | º ‘ ‘’ | 0 | º ‘ ‘’ | 20 | º ‘ ‘’ | = y

y leerás en la pantalla 0.500083969

En cambio si la expresión tiene esta forma:

tg A = 328.95 En la calculadora harás lo siguiente: shift | tan | 328.95 | = y en la pantalla leerás 89.82582276. Tenés que recordar que este valor corresponde a un ángulo en el sistema sexagesimal, por lo tanto tendrás que expresarlo en grados, minutos y segundos. En la calculadora presionarás entonces º ‘ ‘’ y aparecerá 89º 33’ 20’’

3) Calcular los valores de las siguientes expresiones

a) $6\,tg\,30° + 2\,cosec\,45°$ Rta.: $2\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$

b) $\dfrac{tg^2\,30° + sen^2\,30°}{cosec^2\,90° + sec^2\,0°}$ Rta.: $\dfrac{7}{24}$

c) $\dfrac{sen^2\,45° + sen^2\,60°}{cos^2\,45° + sec^2\,45°}$ Rta.: $\dfrac{1}{2}$

d) $\dfrac{cos\,60° + cos\,30°}{cosec^2\,30° + sen^2\,45°}$ Rta.: $\dfrac{1}{9}\left(1+\sqrt{3}\right)$

4) Indicar V o F. Justificar realizando reducción al primer cuadrante

a) $sen(90º-\alpha) + \cos\alpha = 2.\cos\alpha$ b) $sen(90º+\alpha) + \cos\alpha = 2.\cos\alpha$

c) $tg(90º-\alpha) - tg(90º+\alpha) = 0$ d) $sen\,30º = \cos\,60º$

e) $sen\,60º = -\,\text{sen}\,240º$ f) $\cot g\,225º = -\,\text{cotg}\,45º$

Trabajo Práctico N° 2

Trigonometría – Razones trigonométricas – Resolución de triángulos

5) Transformando las siguientes igualdades probar que:

a) $\dfrac{\left[1+\dfrac{\cos\alpha}{\cot g\,\alpha}\right]\left[1-\dfrac{\cos\alpha}{\cot g\,\alpha}\right]}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}=\cos\alpha\,.\cot g\,\alpha$

b) $\dfrac{\operatorname{sen} x}{1+\cos x}+\dfrac{1+\cos x}{\operatorname{sen} x}=2\operatorname{cosec} x$

c) $2\,tg\,x+1=\dfrac{\cos x+2\operatorname{sen} x}{\cos x}$

d) $\cot g(90^\circ+\alpha)+\cos(90^\circ+\alpha).\operatorname{cosec}(90^\circ-\alpha)=-2.tg\alpha$ si $\alpha\neq(2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

e) $\dfrac{\operatorname{sen}(180^\circ+\alpha)+\operatorname{sen}(180^\circ-\alpha)+\operatorname{sen}(270^\circ+\alpha)}{\cos(-\alpha)}=-1$ si $\alpha\neq(2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

f) $\dfrac{\cos(\pi-\alpha).\cos(\pi+\alpha).\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}=-\cos^2\alpha$ si $\alpha\neq k\pi$

g) $\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)+\operatorname{sen}\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)=2.\operatorname{sen}\alpha$

h) $[1-\operatorname{sen}(\pi+\alpha)].\operatorname{cosec}\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\dfrac{1-\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)}$ si $\alpha\neq(2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

6) Hallar el valor numérico, haciendo previamente reducción al primer cuadrante (sin usar calculadora).

a) $\sec 300^\circ+\operatorname{cosec}150^\circ=$

b) $\operatorname{cosec}(-90^\circ)+\sec 315^\circ=$

c) $\sec(-45^\circ)+\cos 675^\circ=$

c) $\operatorname{sen}(-810^\circ)+tg(-225)=$

d) $\dfrac{\operatorname{sen}390^\circ+2\,tg\,(-315^\circ)-\cos 420^\circ}{\operatorname{sen}720^\circ-3\,tg\,405^\circ}$ Rta.: $-\dfrac{2}{3}$

e) $\left[tg^2\,420^\circ+\operatorname{cosec}1410^\circ\right]^2-\cot g\,210^\circ\,tg\,540^\circ$ Rta.: 1

7) Elegir la opción verdadera. Justificar.

a) $tg(\pi-\alpha)+tg(\pi+\alpha)+tg\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)+tg\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\left\langle\begin{matrix}0\\-2.tg\alpha\end{matrix}\right.$ si $\alpha\neq k\pi$ y $\alpha\neq(2k+1)\dfrac{\pi}{2}$

b) $\cos(\pi-\alpha)+\cos(\pi+\alpha)+\cos(-\alpha)+\cos(2\pi+\alpha)=\left\langle\begin{matrix}0\\2.\cos\alpha\end{matrix}\right.$

c) $\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right).\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)-\operatorname{sen}(\pi+\alpha).\operatorname{sen}(\pi-\alpha)=\left\langle\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right.$

8) Hallar el valor de x siendo $0 \leq x < 2\pi$.

a) $tg(2x + 10º) = 1$ b) $\sec(4x) = 1$

c) $sen\, x + 2 = -\operatorname{cosec} x$ si $sen\, x \neq 0$

d) $tg^2 x + tg(x + 180º) = 0$ e) $5 - 4sen^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$

f) $cos^2 x - 5 = 5 sen\, x$ Rta. 90º

g) $2 sec^2 x = 3 + tg^2 x$ si $cos\, x \neq 0$ Rta. 60º, 120º, 240º, 300º

h) $5\, sen\, x + 5 = cos^2 x$ Rta. 270º

i) $2 cos\, x - sec\, x = 1$ si $cos\, x \neq 0$ Rta. 0º, 120º, 240º, 360º

j) $\operatorname{cosec} x + \operatorname{cotg} x = \sqrt{3}$ si $sen\, x \neq 0$ Rta. 60º, 180º, 300º

k) $(\cos x - 2)(\cos^2 x + 1) = 0$ Rta. $\varnothing$

l) $(sen\, x + 2)(4\cos^2 x - 3) = 0$ Rta. 30º, 150º, 210º, 330º

m) $(4\, sen^2 x - 3)(\operatorname{cotg} x - \sqrt{3}) = 0$ Rta. 30º, 60º, 120º, 210º, 240º, 300º

i) $\dfrac{\operatorname{cosec} x + 1}{2 - \operatorname{cosec}(-x)} = \dfrac{\operatorname{cosec}^2 x + 2\sec\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)}{\operatorname{cosec}^2(2\pi + x) - 4} - \dfrac{3}{\operatorname{cosec} x - 2}$ si $sen\, x \neq 0$

(sugerencia: reemplazar $\operatorname{cosec} x = u$) Rta. 270º

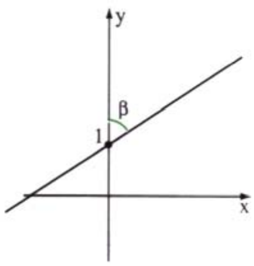
9) Obtener x siendo $0 < x < 2\pi$.

a) $\log_{\cos x}(2.sen\, x) = 0$ b) $\log_{\cos x}(1 - sen^2 x) = 1$ c) $4^{\cos x} = 2$

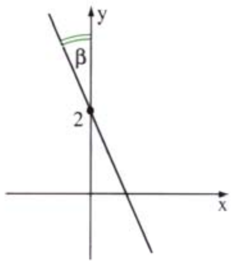
d) $\log_{\frac{1}{2}} sen\, x = \dfrac{1}{2}$ e) $10^{2.\log sen\, x} = \cos^2 x$ f) $5^{2.sen\, x} = 1$

10) Hallar β en cada uno de los siguientes casos:

a) $y = \frac{3}{4}x + 1$



b) $y = -2x + 2$



11) Calcular el menor de los ángulos determinados, en cada caso, por las rectas y_1 e y_2.

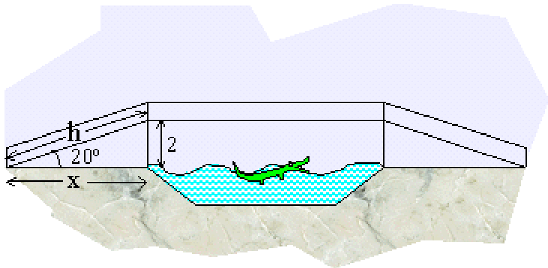
a) $y_1 = -x + 2$ $y_2 = \dfrac{1}{2}x + 1$

b) $y_1 = \dfrac{3}{4}x - 2$ $y_2 = -\dfrac{2}{5}x$

Resolución de triángulos

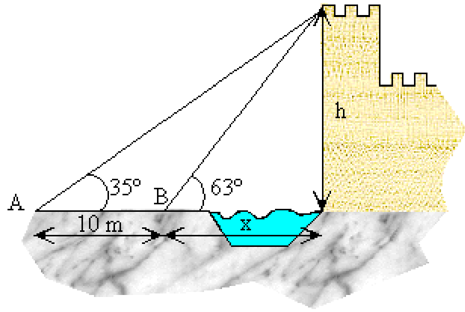
12) Mediciones

Se desea construir un puente sobre un río, que mide 10 m de ancho, de manera que quede a una altura de 2 m sobre el agua y que las rampas de acceso tengan una inclinación de 20º. ¿Cuál debe ser la longitud de la baranda?, ¿a qué distancia del cauce se situará el comienzo de la rampa?

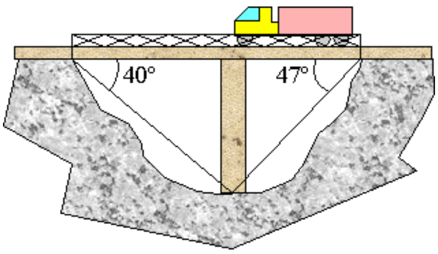


13) Cálculo de alturas

Se desea calcular la altura de la torre, para ello se miden los ángulos de elevación desde los puntos A y B. Con los datos de la figura tenemos que:



14) Hallar la altura del puente, sabiendo que tiene 17 m de largo.



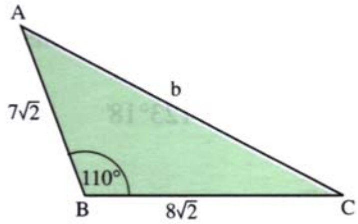
15) ¿Cuál es la altura de una torre si el ángulo de elevación disminuye de 50º a 18º cuando un observador que está situado a una determinada distancia del pie de la torre se aleja 90 m en la misma dirección?

16) Desde el extremo más lejano del patio de una escuela los ángulos de elevación para observar el pie y el extremo de un mástil colocado sobre el edificio son de 60º y 65º, respectivamente.

Calcular la altura del edificio sabiendo que la longitud del mástil es de 3 m.

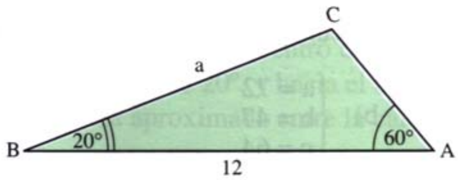
17) Calcular la superficie de un campo rectangular sabiendo que un alambrado que lo atraviesa diagonalmente tiene una longitud de 650 m y forma con uno de los lados limítrofes un ángulo de 40º.

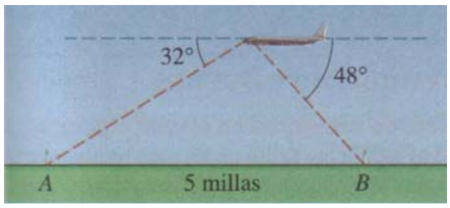
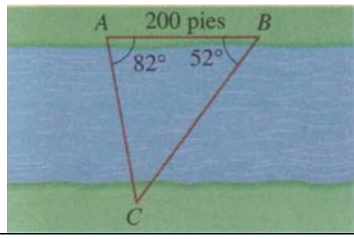
18) Tomando en cuenta los datos del triángulo ABC que aparecen en la figura, calcular b.



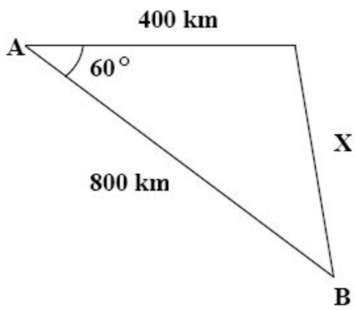
19) Calcular la amplitud del ángulo C del triángulo ABC sabiendo que b = 4, c = 5 y β = 40º.

20) Teniendo en cuenta los datos del triángulo ABC de la figura, calcular a.



21) Un piloto vuela sobre una carretera recta. Determina los ángulos de depresión hasta dos postes de medición de millaje apartados 5 millas, como 32° y 48°, según se ilustra en la figura. a) Encuentre la distancia del avión al punto A. b) Encuentre la elevación del avión	
22) Para hallar la distancia a través de un río, una topógrafa elige los puntos A y B, que están separados 200 pies sobre un lado del río. La topógrafa elige entonces un punto de referencia C sobre el lado opuesto del río y encuentra que ∠BAC≅82° y ∠ABC≅52°. Aproxime la distancia de A a C.	

23) Un piloto debe volar desde una ciudad A hasta otra ciudad B distante 800 km. Al comenzar el vuelo se le recomienda alterar su rumbo en 60º con motivo de una tormenta, recorriendo así 400 km. Desde allí se dirige finalmente a la ciudad B. ¿En cuánto se alargó el recorrido para llegar a B?

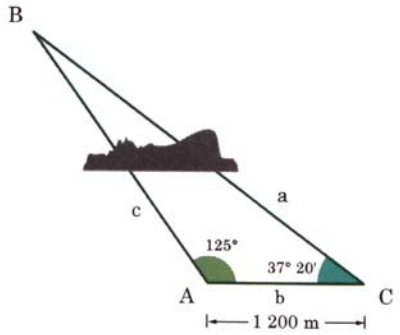


24) Calcular el radio del círculo circunscrito en un triángulo, donde A = 45°, B = 72° y a=20m.

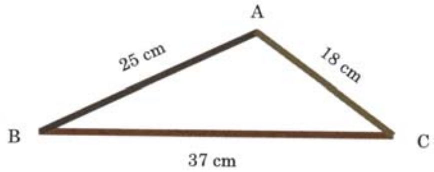
Trabajo Práctico N° 2

Trigonometría – Razones trigonométricas – Resolución de triángulos

25) Un agrimensor necesita conocer las dimensiones de un campo triangular, pero sólo puede medir algunas ya que una formación rocosa le impide llegar a uno de los vértices (punto inaccesible), como muestra la figura. ¿Cuáles son las dimensiones de la frontera del campo?



26) Se construye un triángulo con tres varillas de longitudes como muestra la figura. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?



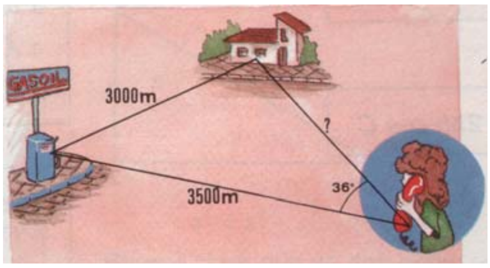
27) "Teresa y David, cada uno en su casa, hablan por teléfono:

- ¿A qué distancia está tu casa de la mía? – le pregunta Teresa a David.

- No lo sé – respondió David. – Solo te puede decir que mi casa está a 3000 m de la estación de servicio.

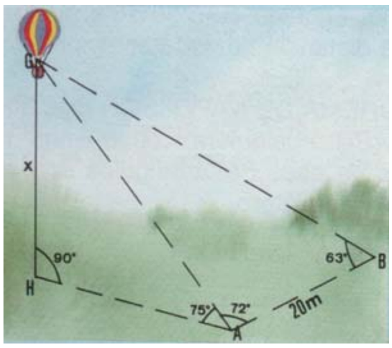
Dijo entonces Teresa: - la mía está a 3500 m de la estación de servicio, y desde aquí, veo que las visuales a la gasolinera y a tu casa, allá a lo lejos, forman un ángulo de 36º-"

¿A qué distancia están las casas de David y Teresa?



28) Para hallar la altura de un globo, se realizan las mediciones indicadas en la figura.

¿Qué distancia hay del globo al punto A? ¿Cuánto del punto B? ¿A qué altura está el globo?



29) Dos amigos van a subir una montaña de la que desconocen la altura. A la salida del pueblo han medido el ángulo de elevación y obtuvieron que era 30º. Han avanzado 300 m hacia la montaña y han vuelto a medir y ahora es de 45º. Calcule la altura de la montaña.

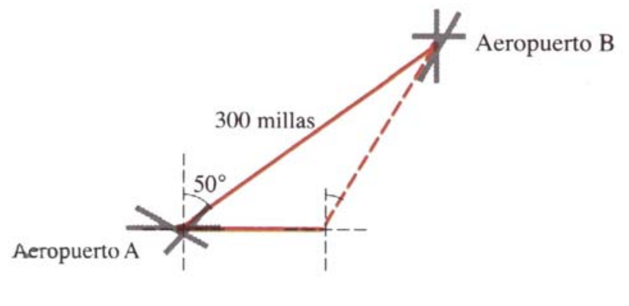
30) Dos lados adyacentes de un paralelogramo se cortan en un ángulo de 36º y tienen longitudes de 3 y 8 cm. Determine la longitud de la diagonal menor.

31) Un meteorólogo en un punto de observación A sobre una carretera recta, observa un tornado en dirección 38^{o} noreste. Otro meteorólogo lo observa desde otro punto, B, a 25 millas de A, observa el mismo tornado en dirección 53^{o} noroeste. El tornado se mueve hacia el sur. Encuentre la distancia desde cada puesto de observación al tronado, También encuentre la distancia entre el tronado y la carretera.

32) El aeropuerto B está a 300 millas del aeropuerto A a un rumbo N 50º E. Un piloto que desea volar de A a B vuela erróneamente al Este a 200 millas/h durante 30 minutos, cuando nota su error.

a) ¿Qué tan lejos está el piloto de su destino al momento de notar su error?

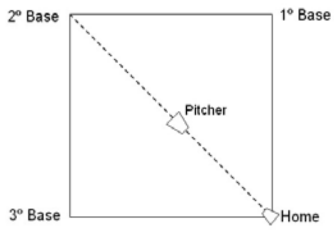
b) ¿En qué rumbo debe dirigir su avión a fin de llegar al aeropuerto B?



33) En un campo de softbol las líneas que unen las cuatro bases forman un cuadrado cuyos lados miden 90 pies de longitud. El pitcher (lanzador) se sitúa en un punto sobre la diagonal que va de home a segunda base, a 60.5 pies del home (desde donde se batea).

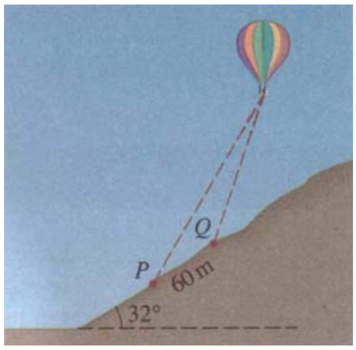
a) Encuentre la distancia desde el pitcher hasta la primera base.

b) Encuentre la distancia desde el pitcher hasta la segunda base y encuentre el ángulo formado por home, el pitcher y primera base.



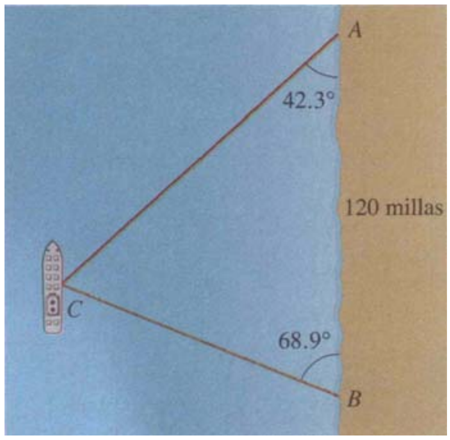
34) Cálculo de una distancia. Observadores en P y Q están localizados en el lado de una colina que está inclinada 32º respecto de la horizontal, como se muestra. El observador en P determina el ángulo de elevación hasta un globo de aire caliente como 62º. Al mismo tiempo, el observador en Q mide el ángulo de elevación hasta el globo como 71º. Si P está a 60 m colina abajo desde Q, encuentre la distancia de Q al globo.

Rta. 192 m



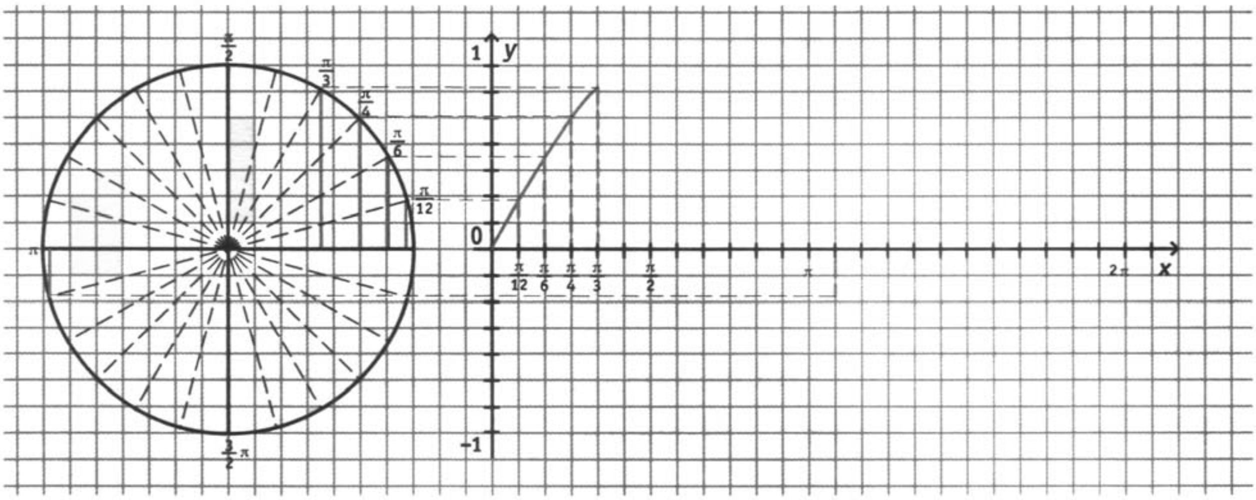
35) Un bote que cruza el océano pasa cerca de una costa recta. Los puntos A y B están separados 120 millas de la costa, como se ilustra. Se encuentra que $\angle A = 42{,}3^o$ y $\angle B = 68{,}9^o$. Encuentre la distancia más corta del bote a la costa.

Rta. 81 millas



Gráficas de las funciones trigonométricas

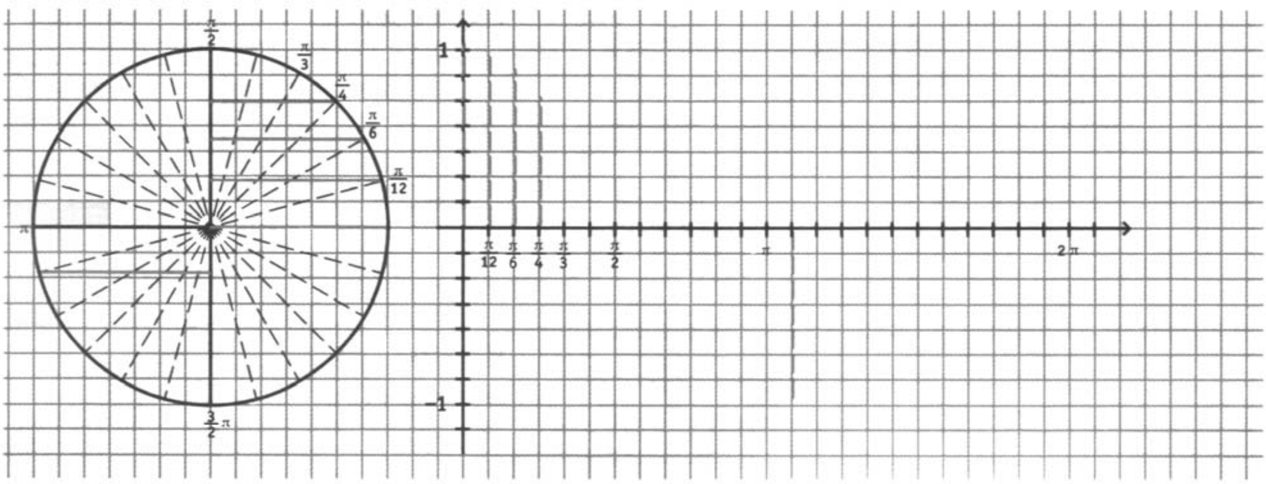
36) A partir del círculo trigonométrico dado y los ángulos que en él se encuentran señalados construir la gráfica de la función $y = \operatorname{sen} x$:



Analizando la gráfica de la función $y = \operatorname{sen} x$ en el intervalo $[0;2\pi]$, indicar:

a) Imagen
b) Período
c) Intersecciones con los ejes.
d) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
e) Máximos y mínimos
f) Intervalos de positividad y negatividad

37) A partir del círculo trigonométrico dado y los ángulos que en él se encuentran señalados construir la gráfica de la función $y = \cos x$:



Analizando la gráfica de la función $y = \cos x$ en el intervalo $[0;2\pi]$, indicar:

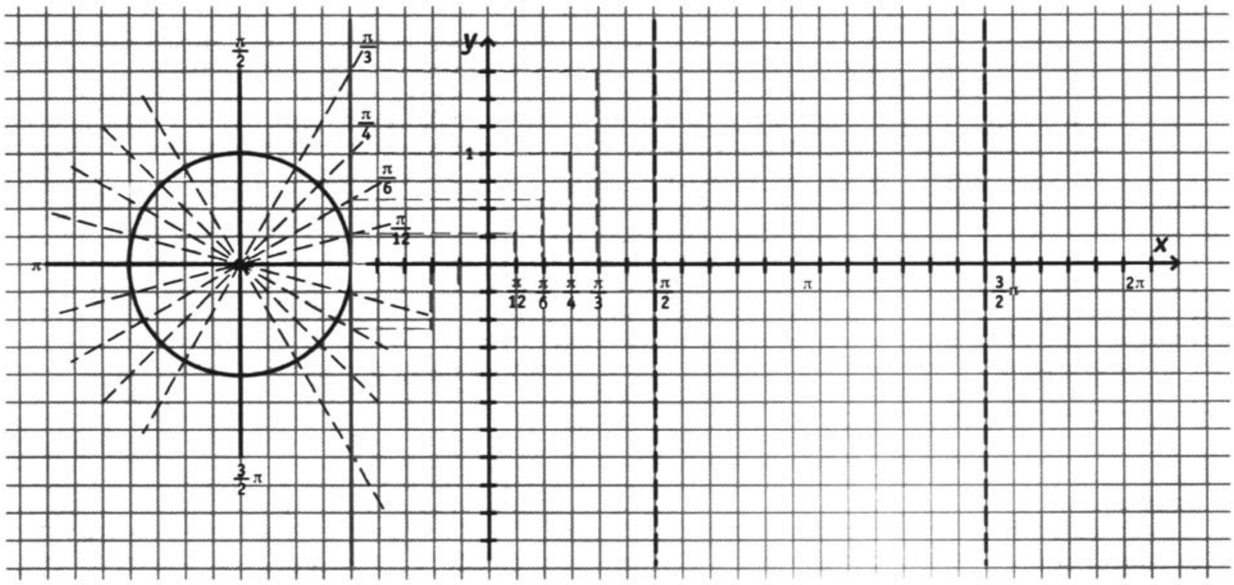
a) Imagen
b) Período
c) Intersecciones con los ejes.

d) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

e) Máximos y mínimos

f) Intervalos de positividad y negatividad

38) A partir del círculo trigonométrico dado y los ángulos que en él se encuentran señalados construir la gráfica de la función $y = \operatorname{tg} x$:



Analizando la gráfica de la función $y = \operatorname{tg} x$ en el intervalo $[0;2\pi]$, indicar:

a) Imagen

b) Período

c) Intersecciones con los ejes.

d) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

e) Máximos y mínimos

f) Intervalos de positividad y negatividad